

II. PROPAGAREA UNDELOR DE SUPRATENSIUNE PE LINIILE ELECTRICE

CUPRINS

2.1	Ecuțiile propagării pe o linie monofilară	2
2.2	Reflexia și refracția undelor în punctele nodale ale liniilor	5
2.3	Schema echivalentă cu parametri concentrați	8
2.4	Propagarea undelor de tensiune printr-un punct nodal cu capacitate transversală	8
2.5	Propagarea undelor de tensiune printr-un punct nodal cu inductanță longitudinală	11
2.6	Reflexii repetate pe o linie scurtă	14
2.7	Influența descărcării corona de impuls asupra propagării undelor de supratensiune	17
2.8	Propagarea undelor pe linii multifilare	20
2.9	Metode grafo-analitice	24

Regimul normal de funcționare a rețelelor electrice este denumit cvasi-staționar datorită formei sinusoidale a mărimilor electrice (tensiune, curent etc.) care se menține un timp indefinit. Datorită unor factori externi (descărcări de trăsnet) sau interni (comutații, defecte etc.), pot apărea regimuri electrice tranzitorii în care tensiunea și curentul au forme de variație de tip impuls, respectiv cu durate foarte reduse și cu viteze de variație mari și foarte mari.

Propagarea undelor de tensiune sau de curent are loc în regim staționar sau tranzitoriu astfel:

- Dacă $f \ll c/l$, regimul este staționar și poate fi analizat folosind calculul cu mărimi complexe (cazul comun $f = 50$ Hz);
- Dacă $f > c/l$ sau $f = c/l$ regimul este tranzitoriu și poate fi analizat cu ajutorul ecuațiilor diferențiale.

c este viteza de propagare a undelor electromagnetice, iar l este lungimea liniei electrice.

Studiul propagării în cazul liniilor electrice multiconductoare este dificil datorită cuplajelor mutuale inductive și capacitive dintre conductoare. De asemenea considerarea pierderilor datorate rezistenței conductoarelor și descărcării corona este o dificultate în plus.

Se va considera cazul liniei monofilare, fără pierderi, deoarece pentru propagarea pe distanțe mici efectul rezistenței este redus, iar sensul influenței acesteia fiind de reducere a amplitudinii și pantei undelor de tensiune și de curent, rezultatele analizei vor fi acoperitoare.

2.1 Ecuațiile propagării pe o linie monofilară

Considerând linia monofilară ca un circuit cu parametri uniform distribuiți, pentru un segment cu lungimea dx este valabilă schema echivalentă din fig.1.

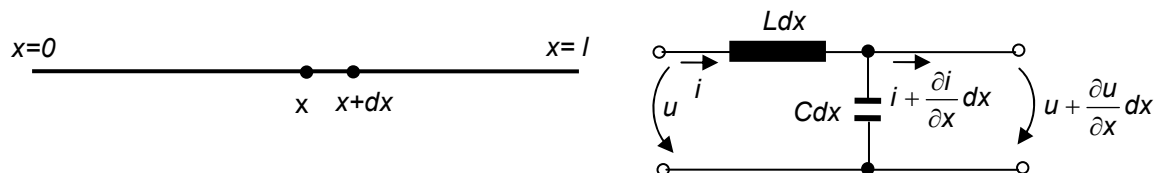


Fig.2.1- Schema echivalentă pentru linia monofilară fără pierderi

Ecuațiile corespunzătoare elementului de linie de lungime dx sunt:

$$u - \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right) = L dx \frac{\partial i}{\partial t}, \quad (2.1)$$

$$i = i + \frac{\partial i}{\partial x} dx + C dx \frac{\partial u}{\partial t}$$

L , C sunt parametri lineici (pe unitate de lungime), iar dx este lungimea segmentului de linie. După reducerea termenilor asemenea și simplificare cu dx , rezultă:

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = L \frac{\partial i}{\partial t}, \quad -\frac{\partial i}{\partial x} = C \frac{\partial u}{\partial t}. \quad (2.2)$$

Pentru obținerea soluției referitoare la tensiune, se elimină curentul prin derivarea primei ecuații în raport cu x și a celei de a doua în raport cu t :

$$-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = L \frac{\partial^2 i}{\partial x \partial t}; \quad -\frac{\partial^2 i}{\partial x \partial t} = C \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

deci

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (2.3)$$

Folosind definiția cunoscută $v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, de unde $LC = \frac{1}{v^2}$, v fiind viteza de propagare a undelor pe linie, ecuația (2.3) se scrie:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (2.4)$$

Aplicând ecuației (2.4) transformarea Laplace, aceasta devine:

$$\frac{d^2 U}{dx^2} - \frac{s^2}{v^2} U = 0, \quad (2.5)$$

având ca soluție generală, în domeniul imagine:

$$U(x, s) = A e^{-\frac{s}{v}x} + B e^{\frac{s}{v}x}, \quad (2.6)$$

în care $A = F_1(s)$, $B = F_2(s)$ sunt funcții independente de x .

Soluția în domeniul timpului se obține pe baza teoremei întârzierii, conform căreia

$$L[f(t \pm \alpha)] = F(s)e^{\pm \alpha s}.$$

Astfel
$$F_1(s)e^{-\frac{s}{v}x} = L\left[f_1\left(t - \frac{x}{v}\right)\right], \quad F_2(s)e^{\frac{s}{v}x} = L\left[f_2\left(t + \frac{x}{v}\right)\right].$$

Astfel, soluția se poate scrie

$$u(x, t) = f_1\left(t - \frac{x}{v}\right) + f_2\left(t + \frac{x}{v}\right). \quad (2.7)$$

Procedând în mod analog pentru a obține soluția sistemului (2.2) referitoare la curent, rezultă:

$$i(x, t) = g_1\left(t - \frac{x}{v}\right) + g_2\left(t + \frac{x}{v}\right). \quad (2.8)$$

Funcțiile de argument $(t-x/v)$ sunt numite **unde directe** (de tensiune, respectiv de curent), iar acelea de argument $(t+x/v)$ sunt denumite **unde inverse**. Aceste denumiri reflectă modul de propagare pe linie a componentelor soluțiilor pentru tensiune sau curent.

Astfel, scriind condiția propagării fără deformare a undelor pe linia fără pierderi:

$$u(x, t) = u(x + \Delta x, t + \Delta t),$$

se obține pentru f_1 :

$$f_1\left(t - \frac{x}{v}\right) = f_1\left(t + \Delta t - \frac{x + \Delta x}{v}\right),$$

$$t - \frac{x}{v} = t + \Delta t - \frac{x + \Delta x}{v} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v}$$

cea ce este similar cu propagarea undei în sensul creșterii mărimii coordonatei x .

Similar, pentru f_2 rezultă

$$f_2\left(t + \frac{x}{v}\right) = f_2\left(t + \Delta t + \frac{x + \Delta x}{v}\right),$$

$$t + \frac{x}{v} = t + \Delta t + \frac{x + \Delta x}{v} \Rightarrow \Delta t = -\frac{\Delta x}{v}$$

cea ce înseamnă că unda f_2 se deplasează în sensul scăderii mărimii coordonatei x .

Stabilirea relațiilor dintre undele de tensiune și curent se poate face introducând soluțiile (2.7) și (2.8) în sistemul (2.2).

Astfel, prima ecuație $-\frac{\partial u}{\partial x} = L \frac{\partial i}{\partial t}$ devine

$$-\left[-\frac{1}{v} f_1'\left(t - \frac{x}{v}\right) + \frac{1}{v} f_2'\left(t + \frac{x}{v}\right)\right] = L \left[g_1'\left(t - \frac{x}{v}\right) + g_2'\left(t + \frac{x}{v}\right)\right]. \quad (2.9)$$

Din (2.9) rezultă

$$\frac{1}{Lv} \left[f_1'\left(t - \frac{x}{v}\right) - f_2'\left(t + \frac{x}{v}\right) \right] = g_1'\left(t - \frac{x}{v}\right) + g_2'\left(t + \frac{x}{v}\right). \quad (2.10)$$

Deoarece $\frac{1}{Lv} = \frac{\sqrt{LC}}{L} = \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{1}{Z}$ unde Z este impedența caracteristică a liniei fără pierderi, (2.10) se scrie:

$$\frac{1}{Z} (u_d' - u_i') = i_d' + i_i',$$

din care rezultă

$$i_d = \frac{u_d}{Z}, \quad i_i = -\frac{u_i}{Z}. \quad (2.11)$$

Astfel, în cazul cel mai general, tensiunea și curentul pe linie rezultă din suprapunerea undelor directe și inverse respective, adică

$$u(x, t) = u_d + u_i$$

$$i(x, t) = i_d + i_i$$

Ținând seama de legăturile dintre undele de curent și de tensiune (2.12), se obține

$$\begin{aligned} u(x,t) &= u_d + u_i \\ i(x,t) &= \frac{1}{Z}(u_d - u_i) \end{aligned} \quad (2.12)$$

2.2 Reflexia și refracția undelor în punctele nodale ale liniilor

Pentru procesele de propagare a undelor pe linii, puncte nodale sunt acelea în care se schimbă parametrii lineici sau sunt conectate elemente de circuit concentrate. Modificarea parametrilor lineici se produce la orice schimbare în geometria liniei (secțiunea conductorului, înălțimea față de sol) dar și la ramificații ale liniei. În asemenea situații au loc reflexii și refracții ale undelor de tensiune și curent, care modifică fie amplitudinea, fie forma undelor.

Se va considera cazul propagării pe două linii cu impedanțe caracteristice diferite, fig.2.2.

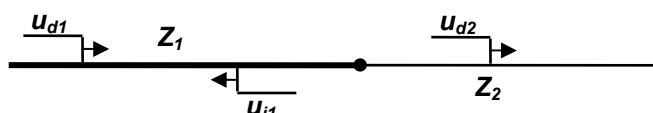


Fig.2.2-Propagare pe 2 linii cu un punct nodal

u_{d1} este unda directă de tensiune, care se propagă spre punctul nodal, pe linia 1, u_{d2} este unda refractată în linia 2, iar u_{i1} este unda reflectată (inversă) pe linia 1.

Ecuatiile de propagare în forma (2.12), se scriu pentru cele două linii astfel:

$$\begin{aligned} u_1 &= u_{d1} + u_{i1} & u_2 &= u_{d2} \\ i_1 &= \frac{1}{Z_1}(u_{d1} - u_{i1}) & i_2 &= \frac{1}{Z_2}u_{d2} \end{aligned} \quad (2.13)$$

În punctul nodal se poate scrie

$$u_1 = u_2, \quad i_1 = i_2, \quad (2.14)$$

deoarece nu există nici un element de circuit conectat la acest punct. Undele inverse de pe linia doua pot fi neglijate dacă se consideră că lungimea acestei linii este infinită.

Se urmărește determinarea amplitudinii undelor refractate și reflectate, de tensiune și curent în raport cu undele directe corespunzătoare:

$$u_{d2} = \alpha_u u_{d1}; \quad u_{i1} = \beta_u u_{d1}; \quad i_{d2} = \alpha_i i_{d1}; \quad i_{i1} = \beta_i i_{d1};$$

Ținând seama de condițiile la limită (2.14) ca și de relațiile dintre undele de tensiune și de curent (2.11), ecuațiile pentru linia 1 se pot scrie:

$$\begin{aligned}
 u_{d2} &= u_{d1} + u_{i1} \\
 \frac{u_{d2}}{Z_2} &= \frac{1}{Z_1} (u_{d1} - u_{i1})
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Adunând cele două ecuații, rezultă

$$u_{d2} \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2} \right) = 2u_{d1} \quad \text{sau} \quad u_{d2} = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} u_{d1}.$$

Așadar, amplitudinea undei refractate de tensiune se obține prin înmulțirea amplitudinii undei directe cu un coeficient care depinde de impedanțele caracteristice ale celor două linii. Acesta este numit **coeficient de refracție a tensiunii**:

$$\alpha_u = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}. \tag{2.16}$$

Din prima ecuație a sistemului (2.15) se obține:

$$u_{d1} + u_{i1} = \alpha_u u_{d1}, \quad u_{i1} = (\alpha_u - 1)u_{d1} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} u_{d1}.$$

Astfel, **coeficientul de reflexie al tensiunii** este

$$\beta_u = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2}. \tag{2.17}$$

Folosind definițiile $i_{d1} = u_{d1}/Z_1$ și $i_{d2} = u_{d2}/Z_2$, se obține

$$i_{d2} = \frac{u_{d2}}{Z_2} = \frac{\alpha_u u_{d1}}{Z_2} = \frac{\alpha_u Z_1 i_{d1}}{Z_2} = \frac{Z_1}{Z_2} \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} i_{d1} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} i_{d1}.$$

Astfel, **coeficientul de refracție al curentului** este:

$$\alpha_i = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}. \tag{2.18}$$

Pentru curentul i_{i1} urmează:

$$\begin{aligned}
 i_1 &= i_{d1} + i_{i1}, \quad i_{i1} = i_2 - i_{d1} = \alpha_i i_{d1} - i_{d1} \\
 i_{i1} &= (\alpha_i - 1)i_{d1} = \left(\frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} - 1 \right) i_{d1} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} i_{d1},
 \end{aligned}$$

respectiv **coeficientul de reflexie pentru curent** este

$$\beta_i = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}. \tag{2.19}$$

În funcție de mărimile impedanțelor Z_1 și Z_2 , coeficienții de refracție și de reflexie pot lua valori în interiorul unor intervale restrânse. Astfel, considerând inegalitatea $Z_1 \lt \gt Z_2$, domeniile de valori ale acestor coeficienți sunt date în tabelul 1, considerând o valoare dată pentru Z_1 , iar pentru Z_2 valori cuprinse între 0 și ∞ .

Tabelul 2.1-Valorile coeficienților de propagare ∞

	$Z_2 = 0$	$Z_1 > Z_2$	$Z_1 < Z_2$	$Z_2 \rightarrow \infty$
α_u	0	0 ... 1	1 ... 2	2
β_u	-1	-1 ... 0	0 ... 1	1
α_i	2	2 ... 1	1 ... 0	0
β_i	1	1 ... 0	0 ... -1	-1

Sintetic, valorile acestor coeficienți sunt:

- coeficienții de refracție $0 < \alpha < 2$,
- coeficienții de reflexie $-1 < \beta < 1$.

Concluzii:

- La trecerea într-o linie cu impedanță caracteristică mai mare, undele de tensiune se amplifică, iar undele de curent se reduc;
- La trecerea într-o linie cu impedanță caracteristică mai mică, undele de tensiune se reduc, iar undele de curent se amplifică.
- La limită, la capătul în scurtcircuit al unei linii ($Z_2 = 0$), unda reflectată de tensiune are aceeași amplitudine cu unda incidentă, dar semnul schimbat, astfel încât pe măsura propagării undei reflectate, tensiunea pe linie se anulează. În același caz, unda reflectată de curent are aceeași amplitudine și semn ca și unda incidentă de curent, astfel că pe măsura propagării undei reflectate, amplitudinea curentului pe linie se dublează.
- La limită, la capătul în gol al unei linii ($Z_2 \rightarrow \infty$), unda reflectată de tensiune are aceeași amplitudine și semn cu unda incidentă astfel încât, pe măsura propagării undei reflectate, tensiunea pe linie se dublează. În același caz, unda reflectată de curent are aceeași amplitudine ca și unda incidentă de curent, dar semn opus astfel că, pe măsura propagării undei reflectate, curentul pe linie se anulează.

2.3 Schema echivalentă cu parametri concentrați

Ecuțiile de propagare a undelor pe o linie de impedanță caracteristică Z_1 :

$$\begin{aligned} u_1 &= u_{d1} + u_{i1} \\ i_1 &= \frac{1}{Z_1} (u_{d1} - u_{i1}) \end{aligned}$$

pot fi prelucrate prin multiplicarea celei de a doua cu Z_1 și adunarea cu prima, obținând:

$$2u_{d1} = Z_1 i_1 + u_1 \quad (2.20)$$

căreia îi corespunde schema electrică din fig.2.3.

Acest artificiu de calcul algebric permite folosirea unei scheme cu parametri concentrați pentru analiza unor procese de propagare într-un circuit care conține și elemente cu parametri distribuiți.

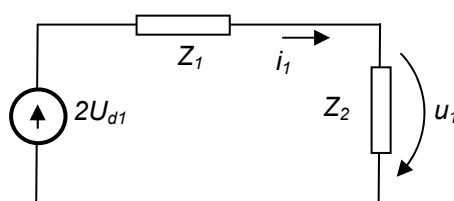


Fig.2.3-Schema echivalentă Petersen

2.4 Propagarea undelor de tensiune printr-un punct nodal cu capacitate transversală

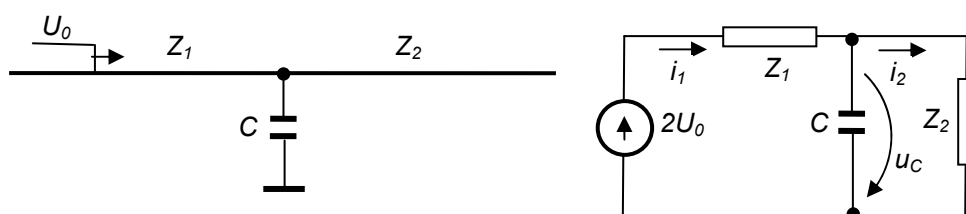


Fig.2.4 – Schema monofilară și schema echivalentă cu parametri concentrați

Ecuțiile schemei echivalente sunt:

$$\begin{aligned} 2U_0 &= Z_1 i_1 + u_C \\ i_1 &= i_2 + C \frac{du_C}{dt} \\ i_2 &= \frac{u_C}{Z_2} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Pentru obținerea soluției referitoare la tensiunea u_C , se elimină curenții, prin introducerea expresiilor acestora în prima ecuație a sistemului (2.21):

$$\begin{aligned}
 2U_0 &= Z_1 \frac{u_C}{Z_2} + C \frac{du_C}{dt} + u_C, \\
 2U_0 &= \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} u_C + Z_1 C \frac{du_C}{dt} \\
 \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} U_0 &= u_C + \frac{Z_1 Z_2 C}{Z_1 + Z_2} \frac{du_C}{dt}. \tag{2.23}
 \end{aligned}$$

Considerând că U_0 este un impuls de formă treaptă și observând că U_0 este multiplicat cu coeficientul de refracție al tensiunii α_u , după aplicarea transformării Laplace, ecuația (2.23) devine:

$$\frac{\alpha_u U_0}{s} = U_C(s) + \frac{Z_1 Z_2 C}{Z_1 + Z_2} s U_C(s),$$

de unde rezultă soluția, în domeniul imagine

$$U_C(s) = \frac{\alpha_u U_0}{s} \frac{1}{1 + \frac{Z_1 Z_2 C}{Z_1 + Z_2} s}. \tag{2.23}$$

Pentru obținerea $u_C(t)$ se folosește formula de inversiune Heaviside, care pentru funcții de forma

$$U_C(s) = \frac{F(s)}{sG(s)} \quad \text{este} \quad u_C(t) = \frac{F(0)}{G(0)} + \sum \frac{F(s_i)}{s_i G'(s_i)} e^{s_i t},$$

în care s_i sunt rădăcinile ecuației $G(s) = 0$.

În cazul soluției (2.23):

$$\begin{aligned}
 F(0) &= F(s_i) = \alpha_u U_0; \quad G(0) = 0; \quad s_1 = -\frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 Z_2 C}; \\
 sG'(s) &= \frac{Z_1 Z_2 C}{Z_1 + Z_2} s; \quad s_1 G'(s_1) = \frac{Z_1 Z_2 C}{Z_1 + Z_2} \left(-\frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 Z_2 C} \right) = -1; \\
 u_C(t) &= \alpha_u U_0 - \alpha_u U_0 e^{-\frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 Z_2 C} t}; \quad T_C = \frac{Z_1 Z_2 C}{Z_1 + Z_2};
 \end{aligned}$$

astfel că, în final

$$u_C(t) = \alpha_u U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_C}} \right). \tag{2.24}$$

Unda de tensiune care se propagă în sens invers pe linia de impedanță caracteristică Z_1 este:

$$u_{i1}(t) = u_C(t) - U_0 = \alpha_u U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_c}} \right) - U_0 = (\alpha_u - 1)U_0 - \alpha_u U_0 e^{-\frac{t}{T_c}};$$

$$u_{i1}(t) = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} - \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} e^{-\frac{t}{T_c}} \right) U_0 \quad (2.25)$$

sau

$$u_{i1}(t) = \left(\beta_u - \alpha_u e^{-\frac{t}{T_c}} \right) U_0. \quad (2.26)$$

Expresiile obținute pentru tensiunile $u_C(t)$ și $u_{i1}(t)$ arată dependența lor de timp, într-un mod caracteristic unui proces tranzitoriu aperiodic amortizat. Valorile inițiale și finale ale tensiunilor pe durata acestui proces tranzitoriu sunt indicate în tabelul 2.2.

Reprezentarea grafică a acestor tensiuni, la momentul final al regimului tranzitoriu este dată în fig.2.5, considerând, pentru simplificarea reprezentării că $Z_1=Z_2$.

Tabelul 2.2 – Valorile tensiunilor în procesul tranzitoriu

Momentul	$u_C = u_1 = u_2$	u_{i1}
$t=0$	0	$-U_0$
$t \rightarrow \infty$	$\alpha_u U_0$	$\beta_u U_0$

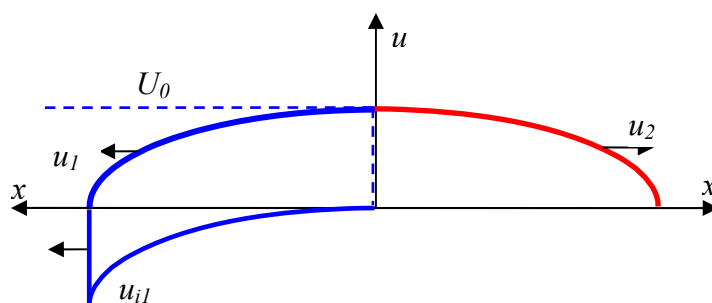


Fig.2.5- Tensiunile în regimul tranzitoriu datorat prezenței capacității transversale

În raport cu forma treaptă a tensiunii U_0 , tensiunile u_1 și $u_2 = u_{d2}$ capătă front exponențial, deci cu pantă finită. Pantă acestor tensiuni este:

$$a(t) = \frac{du_C}{dt} = \alpha_u U_0 \frac{1}{T_C} e^{-\frac{t}{T_C}} = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} U_0 \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 Z_2 C} e^{-\frac{t}{T_C}} = \frac{2U_0}{Z_1 C} e^{-\frac{t}{T_C}}.$$

Panta tensiunii are valoare maximă la momentul inițial al regimului tranzitoriu:

$$a_{\max} = \frac{2U_0}{Z_1 C}. \quad (2.27)$$

Concluziile acestei analize sunt:

- Capacitatea din punctul nodal influențează procesul de propagare numai pe durata regimului tranzitoriu;
- În momentul inițial al regimului tranzitoriu, capacitatea transversală se comportă ca și cum linia de impedanță caracteristică Z_1 ar avea sfârșitul în scurtcircuit;
- Efectul capacității este atenuarea pantei pe front a impulsului incident, ceea ce este avantajos din punctul de vedere al solicitării izolațiilor echipamentelor electrice cu înfășurări (transformatoare, motoare).

2.5 Propagarea undelor de tensiune printr-un punct nodal cu inductanță longitudinală

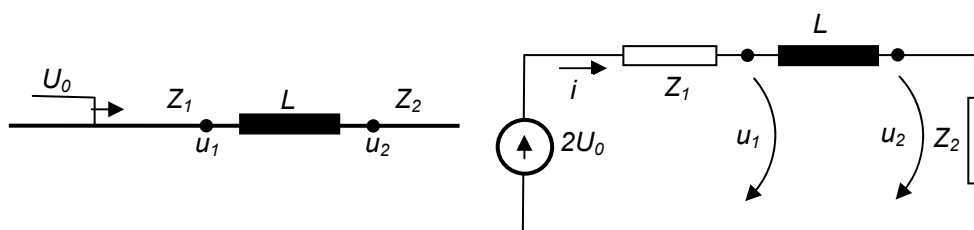


Fig.2.6– Schema monofilară și schema echivalentă cu parametri concentrați

Ecuțiile care descriu schema de mai sus sunt:

$$2U_0 = Z_1 i + u_1; \quad u_1 = L \frac{di}{dt} + u_2; \quad i = \frac{u_2}{Z_2}. \quad (2.28)$$

Prin înlocuire, în prima relație a curentului, i cu expresia sa din ultima ecuație și a tensiunii u_1 din a doua ecuație, se ajunge la o ecuație în u_2 :

$$2U_0 = \frac{Z_1}{Z_2} u_2 + u_2 + \frac{L}{Z_2} \frac{du_2}{dt} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} u_2 + \frac{L}{Z_2} \frac{du_2}{dt};$$

$$\frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} U_0 = u_2 + \frac{L}{Z_2} \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \frac{du_2}{dt}$$

$$\alpha_u U_0 = u_2 + \frac{L}{Z_1 + Z_2} \frac{du_2}{dt}. \quad (2.29)$$

Ultima ecuație se transcrie în transformare Laplace, considerând tensiunea U_0 ca având formă treaptă:

$$\frac{\alpha_u U_0}{s} = U_2(s) + \frac{Ls}{Z_1 + Z_2} U_2(s),$$

de unde

$$U_2(s) = \frac{\alpha_u U_0}{s} \frac{1}{1 + \frac{Ls}{Z_1 + Z_2}}. \quad (2.30)$$

Pentru obținerea expresiei $u_2(t)$ se folosește formula de inversiune

$$u_2(t) = \frac{F(0)}{G(0)} + \sum \frac{F(s_j)}{s_j G'(s_j)} e^{s_j t},$$

valabilă pentru funcții în operațional de forma $F(s)/sG(s)$.

Parcurgând aceleași etape ca și în cazul propagării prin punct nodal cu capacitate concentrată, se obține succesiv:

$$F(0) = F(s_j) = \alpha_u U_0; \quad G(0) = 1; \quad s_1 = -\frac{Z_1 + Z_2}{L};$$

$$sG'(s) = \frac{Ls}{Z_1 + Z_2}; \quad s_1 G'(s_1) = -\frac{L}{Z_1 + Z_2} \frac{Z_1 + Z_2}{L} = -1$$

astfel că

$$u_2(t) = \alpha_u U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_L}} \right), \quad T_L = \frac{L}{Z_1 + Z_2}. \quad (2.31)$$

Pentru obținerea expresiei tensiunii $u_1(t)$, se folosește a doua ecuație a sistemului (2.28):

$$u_1 = u_2 + \frac{L}{Z_2} \frac{du_2}{dt} = \alpha_u U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_L}} \right) + \frac{L}{Z_2} \alpha_u U_0 \frac{1}{T_L} e^{-\frac{t}{T_L}};$$

$$\begin{aligned}
 u_1 &= \alpha_u U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_L}} \right) + \frac{L}{Z_2} \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} U_0 \frac{Z_1 + Z_2}{L} e^{-\frac{t}{T_L}} = \\
 &= \alpha_u U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_L}} \right) + 2U_0 e^{-\frac{t}{T_L}} = \alpha_u U_0 + \left(2 - \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \right) U_0 e^{-\frac{t}{T_L}}
 \end{aligned}$$

În formă finală:

$$u_1(t) = \alpha_u U_0 + \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} U_0 e^{-\frac{t}{T_L}}. \quad (2.32)$$

Tensiunea inversă din linia de impedanță caracteristică Z_1 este:

$$\begin{aligned}
 u_{i1} &= u_1 - U_0 = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} U_0 + \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} U_0 e^{-\frac{t}{T_L}} - U_0 \\
 u_{i1} &= \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} + \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} e^{-\frac{t}{T_L}} \right) U_0
 \end{aligned} \quad (2.33)$$

Expresiile obținute pentru tensiunile $u_1(t)$, $u_2(t)$ și $u_{i1}(t)$ arată dependența lor de timp, într-un mod caracteristic unui proces tranzitoriu aperiodic. Valorile inițiale și finale ale tensiunilor pe durata acestui proces tranzitoriu sunt indicate în tabelul 2.3.

Tabelul 2.3 – Valorile tensiunilor în procesul tranzitoriu

Momentul	u_1	u_2	u_{i1}
$t=0$	$2U_0$	0	U_0
$t \rightarrow \infty$	$\alpha_u U_0$	$\alpha_u U_0$	$\beta_u U_0$

Reprezentarea grafică a acestor tensiuni, la momentul final al regimului tranzitoriu este dată în fig.2.7, considerând, pentru simplificarea reprezentării că $Z_1=Z_2$.

În raport cu forma treaptă a tensiunii U_0 tensiunea care se propagă în linia 2 capătă front exponențial, deci pantă limitată. Panta acestei tensiuni este:

$$a(t) = \frac{du_2}{dt} = \alpha_u U_0 \frac{1}{T_L} e^{-\frac{t}{T_L}} = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} U_0 \frac{Z_1 + Z_2}{L} e^{-\frac{t}{T_L}} = \frac{2Z_2}{L} U_0 e^{-\frac{t}{T_L}},$$

având valoarea maximă în momentul inițial a regimului tranzitoriu.

$$a_{\max} = \frac{2Z_2}{L} U_0. \quad (2.34)$$

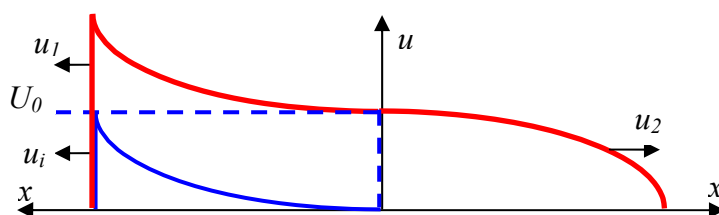


Fig.2.7- Tensiunile în regimul tranzitoriu datorat prezenței inductanței longitudinale

Concluziile acestei analize sunt:

- Inductanța din punctul nodal influențează procesul de propagare numai pe durata regimului tranzitoriu.
- În momentul inițial al regimului tranzitoriu, inductanța longitudinală se comportă ca și cum linia de impedanță caracteristică Z_1 ar avea sfârșitul în gol.
- Efectul inductanței de atenuare pantei pe front a tensiunii care se propagă în linia a doua, deși este avantajos din punctul de vedere al solicitării izolațiilor echipamentelor electrice cu înfășurări (transformatoare, motoare), nu poate fi exploatat datorită dublării tensiunii în linia 1 prin propagarea undei inverse;
- Dacă astfel de inductanțe se află în serie pe conductoarele unei linii, borna la care poate să sosească o undă de tensiune cu front abrupt ar trebui protejată cu un descărcător.

2.6 Reflexii repetate pe o linie scurtă

Se consideră o configurație cu trei linii înseriate, dintre care cea din mijloc are o lungime finită, iar celelalte sunt infinit de lungi. Dacă o undă de tensiune U_0 se propagă către linia scurtă (fig.2.8), în punctele nodale **A** și **B** au loc reflexii și refracții. Deoarece lungimea liniei scurte este finită, se vor lua în considerare la calculul tensiunilor în punctele nodale și undele reflectate de la nodul vecin. Ca urmare, tensiunile în cele două noduri se vor obține ca sumă a componentelor refractate în mod repetat în cele două linii, decalate între ele cu dublul duratei de propagare pe linia **AB**, $\tau = 2l_{AB}/v$. Pentru simplitate, se va considera că unda inițială are formă rectangulară, ca și toate undele reflectate sau refractate.

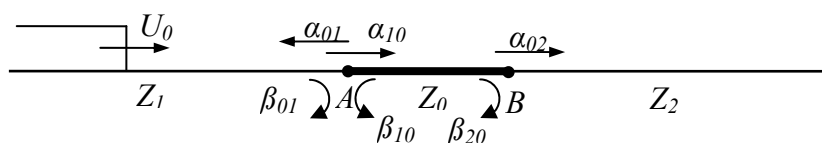


Fig. 2.8 –Reflexia și refracția undelor de tensiune în punctele nodale a trei linii înseriate

După atingerea nodului **A** de către undă incidentă au loc următoarele procese:

- refracție și reflexie în nodul **A**, coeficienții respectivi fiind α_{10} și β_{01} ;
- la ajungerea unei refractate dinspre nodul **A** la nodul **B**, reflexie și refracție în acest nod, coeficienții fiind β_{20} , respectiv α_{02} ;
- când unda reflectată dinspre nodul **B** către **A** ajunge în **A**, refracție și reflexie în acest nod, coeficienții respectivi fiind α_{01} și β_{10} .

Expresiile coeficienților de reflexie și refracție implicați în acest proces sunt:

$$\begin{aligned} \alpha_{10} &= \frac{2Z_0}{Z_0 + Z_1}; & \alpha_{02} &= \frac{2Z_2}{Z_0 + Z_2}; & \alpha_{01} &= \frac{2Z_1}{Z_0 + Z_1}; \\ \beta_{01} &= \frac{Z_0 - Z_1}{Z_0 + Z_1}; & \beta_{20} &= \frac{Z_2 - Z_0}{Z_0 + Z_2}; & \beta_{10} &= \frac{Z_1 - Z_0}{Z_0 + Z_1} \end{aligned} \quad (2.35)$$

În continuare aceste procese se repetă conform diagramei din fig.2.9.

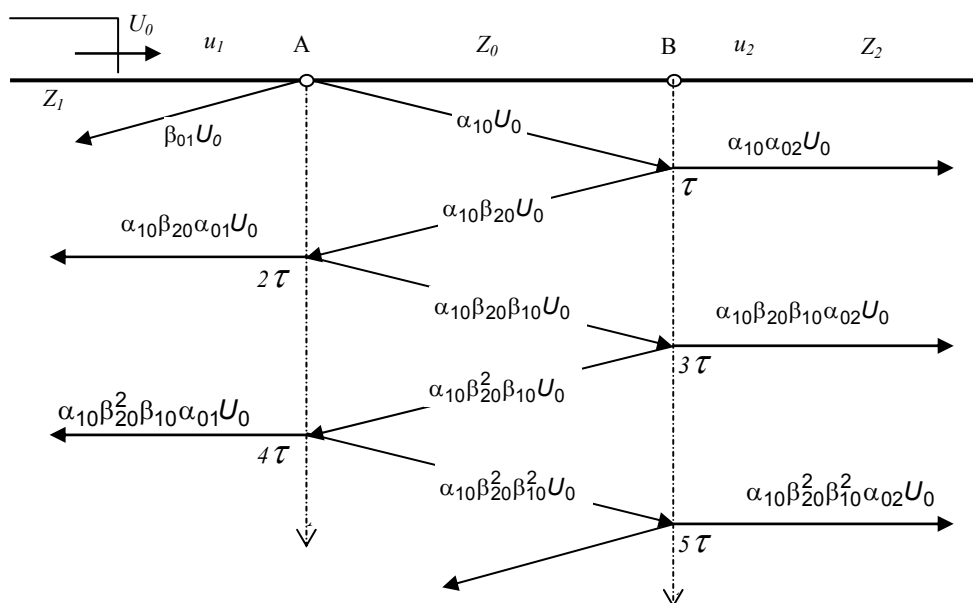


Fig. 2.9 – Reflexii și refracții repetate în punctele nodale

Pentru $t \rightarrow \infty$, expresiile tensiunilor în nodurile A și B devin:

$$\begin{aligned} u_A &= U_0 + \beta_{01}U_0 + \alpha_{10}\beta_{20}\alpha_{01}U_0 + \alpha_{10}\beta_{20}^2\beta_{10}\alpha_{01}U_0 + \\ &+ \alpha_{10}\beta_{20}^3\beta_{10}^2\alpha_{01}U_0 + \dots = \\ &= U_0 \left[1 + \beta_{01} + \alpha_{10}\beta_{20}\alpha_{01} \left(1 + \beta_{20}\beta_{10} + \beta_{20}^2\beta_{10}^2 + \dots \right) \right] = \\ &= U_0 \left[1 + \beta_{01} + \alpha_{10}\beta_{20}\alpha_{01} \frac{1 - (\beta_{20}\beta_{10})^n}{1 - \beta_{20}\beta_{10}} \right]. \end{aligned}$$

Deoarece $\beta_{10} < 1$ și $\beta_{20} < 1$, termenul $(\beta_{10}\beta_{20})^n \ll 1$, poate fi neglijat.

Astfel,

$$\begin{aligned} \frac{u_A}{U_0} &= 1 + \beta_{01} + \frac{\alpha_{10}\beta_{20}\alpha_{01}}{1 - \beta_{10}\beta_{20}} = 1 + \frac{Z_0 - Z_1}{Z_0 + Z_1} + \frac{\frac{2Z_0}{Z_0 + Z_1} \frac{Z_2 - Z_0}{Z_0 + Z_2} \frac{2Z_1}{Z_0 + Z_1}}{1 - \frac{Z_1 - Z_0}{Z_0 + Z_1} \frac{Z_2 - Z_0}{Z_0 + Z_2}} = \\ &= \frac{2Z_0}{Z_0 + Z_1} + \frac{2Z_0}{Z_0 + Z_1} \frac{2Z_1(Z_2 - Z_0)}{(Z_0 + Z_1)(Z_0 + Z_2) - (Z_1 - Z_0)(Z_2 - Z_0)} = \\ &= \frac{2Z_0}{Z_0 + Z_1} \left[1 + \frac{2Z_1(Z_2 - Z_0)}{2Z_0(Z_1 + Z_2)} \right] = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}. \end{aligned}$$

În mod asemănător:

$$\begin{aligned} u_B &= \alpha_{10}\alpha_{02}U_0 + \alpha_{10}\beta_{20}\beta_{10}\alpha_{02}U_0 + \alpha_{10}\beta_{20}^2\beta_{10}^2\alpha_{02}U_0 + \dots = \\ &= U_0\alpha_{10}\alpha_{02} \left(1 + \beta_{20}\beta_{10} + \beta_{20}^2\beta_{10}^2 + \dots \right) = \\ &= U_0\alpha_{10}\alpha_{02} \frac{1 - (\beta_{20}\beta_{10})^n}{1 - \beta_{20}\beta_{10}}. \end{aligned}$$

La fel ca mai sus, deoarece $\beta_{10} < 1$ și $\beta_{20} < 1$, termenul $(\beta_{10}\beta_{20})^n \ll 1$, poate fi neglijat și rezultă:

$$\begin{aligned} u_B &= U_0 \frac{\alpha_{10}\alpha_{02}}{1 - \beta_{20}\beta_{10}} = \frac{\frac{2Z_0}{Z_0 + Z_1} \frac{2Z_2}{Z_0 + Z_2}}{1 - \frac{Z_2 - Z_0}{Z_0 + Z_2} \frac{Z_1 - Z_0}{Z_0 + Z_1}} U_0 = \\ &= \frac{4Z_0Z_2}{(Z_0 + Z_2)(Z_0 + Z_1) - (Z_2 - Z_0)(Z_1 - Z_0)} U_0 = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} U_0. \end{aligned}$$

Pentru $t \rightarrow \infty$, cele două tensiuni sunt egale:

$$\left(\frac{u_A}{U_0} \right)_{\infty} = \left(\frac{u_B}{U_0} \right)_{\infty} = \alpha_{12}. \quad (2.36)$$

Pe durata regimului tranzitoriu, formele tensiunilor diferă în funcție de inegalitățile dintre impedanțele caracteristice ale celor trei linii. În fig.2.10 sunt date aceste forme, pentru 4 situații posibile:

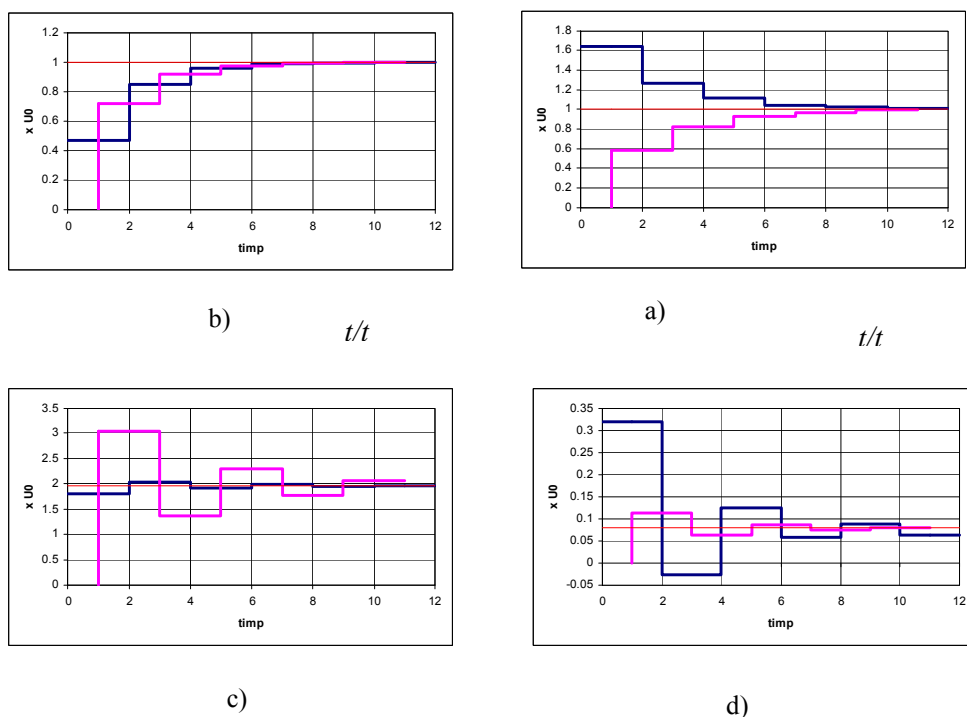


Fig.2.10- Formele tensiunilor în punctele nodale pentru situațiile

a) $Z_1 < Z_0 > Z_2, Z_1 = Z_2;$

b) $Z_1 > Z_0 < Z_2, Z_1 = Z_2;$

c) $Z_1 < Z_0 < Z_2;$

d) $Z_1 > Z_0 > Z_2$

2.7 Influența descărcării corona de impuls asupra propagării undelor de supratensiune

Undele de supratensiune, mai ales acelea provocate de trăsnete pe liniile electrice aeriene au amplitudine mare, care nu depinde de tensiunea de serviciu, astfel că propagarea lor are loc în prezența descărcării corona. Fiind în general impulsuri unipolare, apar unele particularități în raport cu descărcarea corona la tensiune de serviciu alternativă:

- strimerii se dezvoltă pe durata creșterii tensiunii, iar după depășirea vârfului se sting, iar sarcina spațială se disipă prin recombinații.

- sarcina spațială este mai mare în cazul polarității pozitive a impulsului, deoarece descărcarea ocupă un volum mai mare în jurul conductorului.

Caracteristica $q(u)$, tensiune-sarcină, are forma din fig. 2.11. Până la apariția descărcării corona, sarcina electrică a conductorului variază liniar cu tensiunea:

$$q_c = C_g u. \quad (2.37)$$

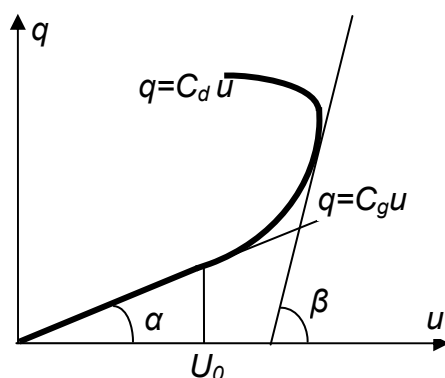


Fig. 2.11 – Caracteristica sarcină tensiune a descărcării corona de impuls.

După formarea strimerilor descărcării corona o parte dintre sarcinile de pe conductor trec în spațiul din jurul acestuia:

$$q = q_c + q_{sp} = C_d u. \quad (2.38)$$

Partea neliniară a caracteristii $q(u)$ poate fi aproximată prin funcția:

$$q = A \left(\frac{u}{U_0} \right)^B. \quad (2.39)$$

Pentru $u=U_0$, $q = A = C_g U_0$, deci:

$$q = C_g U_0 \left(\frac{u}{U_0} \right)^B. \quad (2.40)$$

Parametrul adimensional B depinde de diametrul conductorului și de polaritatea undei de tensiune. Capacitatea conductorului în timpul descărcării corona variază neliniar cu tensiunea, fiind numită **capacitate dinamică**:

$$C_d = \frac{dq}{du} = \frac{C_g U_0}{U_0^B} B u^{B-1} = C_g B \left(\frac{u}{U_0} \right)^{B-1}. \quad C_d > C_g.$$

Viteza de propagare a undelor de tensiune ca și mărimea impedanței caracteristice a conductorului coronat sunt influențate de prezența descărcării corona,:

$$Z_{cor} = \sqrt{\frac{L}{C_d}} = \sqrt{\frac{L}{C_g B \left(\frac{u}{U_0}\right)^{B-1}}} = \sqrt{\frac{L}{C_g}} \sqrt{\frac{1}{B \left(\frac{u}{U_0}\right)^{B-1}}} = \frac{Z}{\sqrt{B}} \left(\frac{u}{U_0}\right)^{\frac{1-B}{2}} < Z$$

sau

$$Z_{cor} = \sqrt{\frac{L}{C_d}} = \sqrt{\frac{L C_g}{C_d C_g}} = \sqrt{\frac{L C_g}{C_g C_d}} = Z \sqrt{\frac{C_g}{C_d}} < Z.$$

$$v_{cor} = \frac{1}{\sqrt{LC_d}} = \frac{1}{\sqrt{LC_g B \left(\frac{u}{U_0}\right)^{B-1}}} = \frac{1}{\sqrt{LC_g}} \sqrt{\frac{1}{B \left(\frac{u}{U_0}\right)^{B-1}}} = \frac{v}{\sqrt{B}} \left(\frac{u}{U_0}\right)^{\frac{1-B}{2}} < v.$$

sau

$$v_{cor} = \frac{1}{\sqrt{LC_d}} = \frac{1}{\sqrt{LC_d \frac{C_g}{C_g}}} = \frac{1}{\sqrt{LC_g} \sqrt{\frac{C_d}{C_g}}} = v \sqrt{\frac{C_g}{C_d}} < v.$$

Atât modificarea parametrilor de propagare, v și Z cât și pierderile de putere datorate descărcării corona contribuie la deformarea undei de impuls în sensul reducerii pantei pe front și a scăderii amplitudinii.

Deformarea undei datorită modificării parametrilor de propagare se poate ilustra grafic, fig.2.12. Partea impulsului în care tensiunea este mai mare decât U_0 se împarte în trepte înguste pentru care se poate considera constantă capacitatea dinamică. Acelei capacități dinamice îi corespunde o viteză de propagare mai mică decât în lipsa descărcării corona, care produce o întârziere în propagarea treptei respective, mai mare decât a treptei anterioare, deoarece capacitatea dinamică continuă să crească până la vârful impulsului.

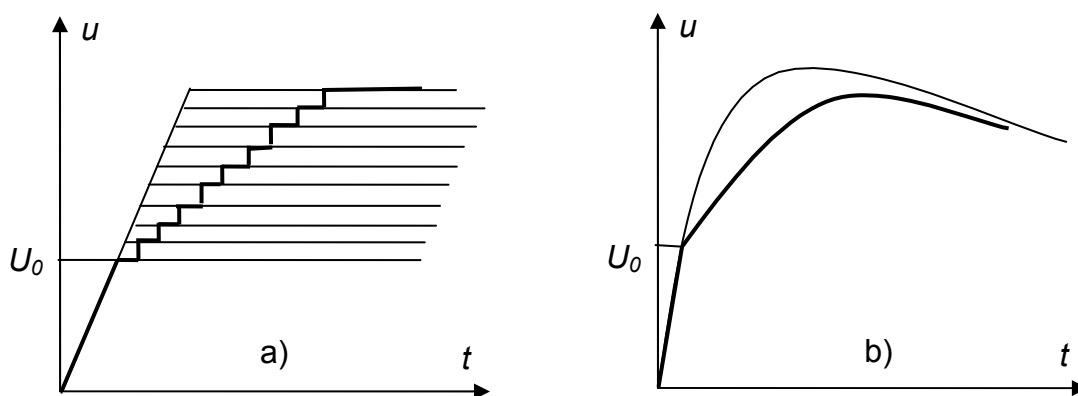


Fig.2.12 – Deformarea undelor de impuls prin propagare pe o linie coronată:
a) fără considerarea pierderii de putere; b) cu considerarea pierderilor.

Întârzierea în propagare se poate calcula:

$$\Delta t = \frac{l}{v_{cor}} - \frac{l}{v} = \frac{l}{v} \left(\frac{v}{v_{cor}} - 1 \right) > 0.$$

Reducerea amplitudinii impulsului urmează relația:

$$U_m(l) = \frac{U_m(0)}{1 + \alpha l U_m(0)}, \quad (2.40)$$

în care coeficientul α are valorile 0,26 pentru polaritate pozitivă și 0,177 pentru polaritate negativă a impulsului.

2.8 Propagarea undelor pe linii multifilare

Liniile electrice sunt formate din mai multe conductoare paralele între care se stabilesc cuplaje reciproce. Pentru a stabili influența cuplajului capacitiv dintre conductoare asupra propagării undelor, se poate porni de la sistemul de ecuații stabilit de Maxwell pentru un sistem de corpuri conductoare încărcate cu sarcini electrice:

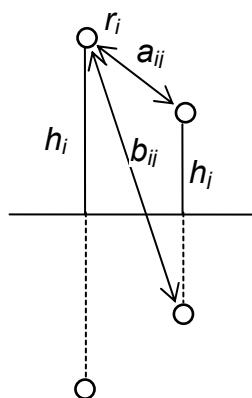
$$\|U\| = \|\alpha\| \cdot \|q\|. \quad (2.41)$$

$\|U\|$ este matricea coloană a potențialelor corpurilor,

$\|\alpha\|$ este matricea pătrată a coeficienților de potențial,

$\|q\|$ este matricea coloană a sarcinilor corpurilor.

Dacă corpurile considerate sunt conductoarele liniilor electrice (fig.2.13), iar q este sarcina electrică a acestora pe unitate de lungime, coeficienții de potențial au expresiile de calcul:



$$\alpha_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h_i}{r_i} \quad (2.42)$$

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{b_{ij}}{a_{ij}}$$

Fig. 2.13 Linie aeriană cu două conductoare

Se poate considera că undele electromagnetice care se propagă pe conductoare se formează prin deplasarea câmpului electric al sarcinilor electrice cu viteza de propagare v .

Valabilitatea sistemului de ecuații se păstrează și dacă membrul drept se înmulțește și se împarte cu v :

$$\|U\| = \left\| \frac{\alpha}{v} \right\| \cdot \|qv\|. \quad (2.43)$$

Termenii α/v au dimensiunea unei impedanțe:

$$\left[\frac{\alpha}{v} \right] = \frac{C/m}{m/s} = \frac{V \cdot m \cdot s}{C \cdot m} = \frac{V}{C/s} = \frac{V}{A} = \Omega,$$

iar termenii de forma qv au dimensiunea unui curent:

$$[qv] = \frac{C \cdot m}{m \cdot s} = \frac{C}{s} = A.$$

Așadar sistemul (2.43) se poate scrie acum:

$$\|U\| = \|Z\| \cdot \|I\|. \quad (2.44)$$

Termenii Z poartă numele de impedanță caracteristică, având expresiile de calcul:

$$Z_{ij} = \frac{\alpha_{ij}}{v} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 v} \ln \frac{2h_j}{r_j} = \frac{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^8} \ln \frac{2h_j}{r_j} = 60 \ln \frac{2h_j}{r_j}; \quad Z_{ij} = \frac{\alpha_{ij}}{v} = 60 \ln \frac{b_{ij}}{a_{ij}}. \quad (2.45)$$

Sistemul (2.44) are n ecuații și $2n$ necunoscute. Pentru rezolvare sunt necesare ecuații suplimentare, care sunt expresia unor condiții specifice unei situații date.

Exemple

a) Propagarea simultană a undelor pe conductoare active

Este cazul propagării pe conductoarele unei linii fără conductoare de protecție. Condițiile la limită sunt:

$$U_1 = U_2 = \dots = U_n = U_0. \quad (2.46)$$

Fie, pentru simplificare cazul a numai două conductoare amplasate identic față de sol. Sistemul (2.44) se scrie:

$$\begin{aligned} U_0 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ U_0 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{aligned} \quad (2.47)$$

Curenții I_1 și I_2 au expresiile:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} U_0 & Z_{12} \\ U_0 & Z_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{vmatrix}} = U_0 \frac{Z_{22} - Z_{12}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}^2}; \quad I_2 = \frac{\begin{vmatrix} Z_{11} & U_0 \\ Z_{21} & U_0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{vmatrix}} = U_0 \frac{Z_{11} - Z_{12}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}^2};$$

Deoarece cele două conductoare sunt identice ca diametru și înălțime deasupra solului:

$$Z_{11} = Z_{22} = Z; \quad Z_{12} = Z_{21} = Z', \quad (2.48)$$

iar expresiile curenților sunt:

$$I_1 = U_0 \frac{Z - Z'}{Z^2 - Z'^2}; \quad I_2 = U_0 \frac{Z - Z'}{Z^2 - Z'^2}; \quad I_1 = I_2 = \frac{U_0}{Z + Z'}. \quad (2.49)$$

Așadar, în prezența altor conductoare izolate, impedanța caracteristică a unui conductor se mărește.

Procedând asemănător pentru o linie electrică trifazată cu coronament orizontal, pentru care

$$Z_{11} = Z_{22} = Z_{33} = Z; \quad Z_{12} = Z_{23} > Z_{31},$$

rezultă că impedanța caracteristică a conductorului median este mai mare decât a acelor laterale.

b) Propagarea pe conductoare izolate în prezența unor conductoare legate la pământ

Cazul cel mai simplu este propagarea pe un conductor activ în prezența unui conductor de protecție, condițiile la limită fiind:

$$U_1 = U_0; \quad U_2 = 0. \quad (2.50)$$

Sistemul de ecuații (2.44) capătă forma:

$$\begin{aligned} U_0 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ 0 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{aligned} \quad (2.51)$$

Expresia curentului este:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} U_0 & Z_{12} \\ 0 & Z_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{vmatrix}} = U_0 \frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}^2} = \frac{U_0}{Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22}}};$$

Impedanța caracteristică a conductorului activ scade în prezența conductorului de protecție.

$$Z_1 = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22}}. \quad (2.52)$$

c) Propagarea pe un conductor în prezența altor conductoare izolate

Un caz practic de acest fel este propagarea unei unde pe conductorul de protecție în prezența unui conductor activ.

Condițiile la limită corespunzătoare sunt:

$$U_1 = U_0; I_2 = 0. \quad (2.53)$$

Sistemul de ecuații (2.44) devine:

$$\begin{aligned} U_0 &= Z_{11}I_1 \\ U_2 &= Z_{21}I_1 \end{aligned} \quad (2.54)$$

Extrăgând curentul I_1 din prima ecuație și introducându-l în a doua, se obține:

$$U_2 = \frac{Z_{21}}{Z_{11}}U_0 = k_{12}U_0. \quad (2.55)$$

k_{12} se numește coeficient de influență sau de cuplaj. În cazul coronamentelor LEA, acesta are valori de 0,1 ...0,3 fiind cu atât mai mare cu cât conductoarele sunt mai apropiate între ele și față de sol.

Dacă linia are două conductoare de protecție, pe care se propagă simultan aceeași undă U_0 , condițiile la limită devin:

$$U_1 = U_2 = U_0; I_3 = 0, \quad (2.56)$$

iar sistemul de ecuații are forma:

$$\begin{aligned} U_0 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ U_0 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \\ U_3 &= Z_{31}I_1 + Z_{32}I_2 \end{aligned} \quad (2.57)$$

Pentru așezarea în plan orizontal a conductoarelor de protecție, 1 și 2 :

$$Z_{11}=Z_{22}=Z; Z_{12}=Z_{21}=Z'. \quad (2.58)$$

Din primele două ecuații se obțin curenții I_1 și I_2 :

$$I_1 = I_2 = \frac{\begin{vmatrix} U_0 & Z_{12} \\ U_0 & Z_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{vmatrix}} = U_0 \frac{Z_{22} - Z_{12}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}^2} = U_0 \frac{Z - Z'}{Z^2 - Z'^2} = U_0 \frac{U_0}{Z + Z'}.$$

Tensiunea pe al treilea conductor devine astfel:

$$U_3 = U_0 \frac{Z_{31} + Z_{32}}{Z + Z'} = U_0 \frac{\frac{Z_{31}}{Z} + \frac{Z_{32}}{Z}}{1 + \frac{Z'}{Z}} = \frac{k_{31} + k_{32}}{1 + k_{12}} U_0. \quad (2.54)$$

Coeficientul lui U_0 este coeficientul de influență al celor două conductoare de protecție asupra conductorului activ.

În prezența descărcării corona de impuls, coeficienții de influență devin mai mari deoarece raza aparentă a conductorului coronat este mai mare decât raza geometrică.

2.9 Metode grafo-analitice pentru studiul propagării undelor de supratensiune

Metoda analitică de analiză a proceselor de propagare a fost folosită mai sus, admițând că forma impulsurilor de tensiune este treaptă cu durată infinită, iar elementele de circuit considerate sunt liniare. În realitate, ambele ipoteze nu sunt riguros verificate, iar folosirea metodei analitice în altfel de situații este foarte laborioasă. Pentru asemenea situații au fost elaborate metode de calcul numite inițial grafo-analitice, în lipsa calculatoarelor numerice; în prezent, asemenea metode, care se pretează la formalizare numerică pot fi rezolvate de către calculatoare.

Exemplul 1: Propagarea unei unde de formă oarecare printr-un punct nodal cu capacitate transversală

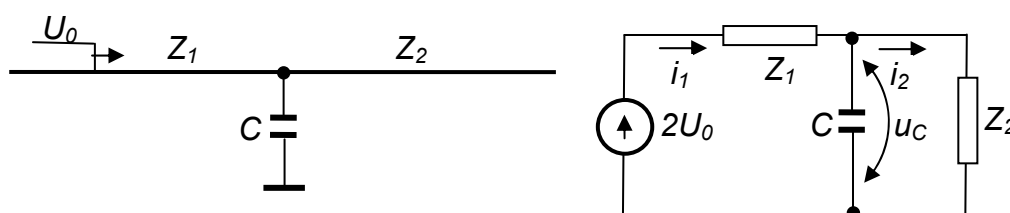


Fig. 2.14 – Schema monofilară și schema echivalentă cu parametri concentrați

Ecuțiile care descriu schema echivalentă din fig. 2.14 sunt

$$2U_0 = Z_1 i_1 + u_C; i_1 = i_2 + C \frac{du_C}{dt}; i_2 = \frac{u_C}{Z_2}.$$

Pentru obținerea soluției referitoare la tensiunea u_C se elimină curenții, prin introducerea expresiilor acestora în prima ecuație a sistemului:

$$2U_0 = Z_1 \frac{u_C}{Z_2} + Z_1 C \frac{du_C}{dt} + u_C,$$

$$\frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} U_0 = u_C + \frac{Z_1 Z_2 C}{Z_1 + Z_2} \frac{du_C}{dt}$$

Ultima ecuație se pune sub forma:

$$\frac{\alpha_{12} U_0 - u_C}{T_C} = \frac{du_C}{dt}, \quad (2.55)$$

notând $T_C = \frac{Z_1 Z_2 C}{Z_1 + Z_2}$.

Pe baza relației (2.55) se poate realiza rezolvarea grafică întrucât forma tensiunii $U_0(t)$ nu este exprimată printr-o funcție simplă.

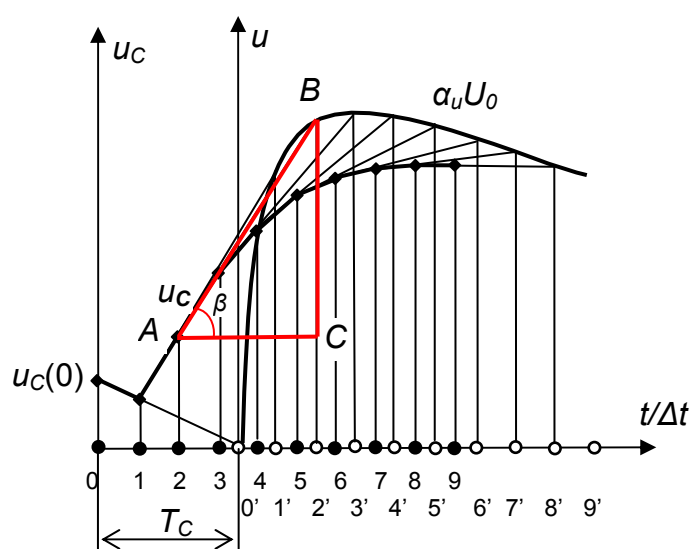


Fig. 2.15 - Rezolvarea grafică a ecuației (2.45) – metoda subtangentelor

Construcția grafică se realizează folosind un sistem cu două axe ale ordonatelor ($0'u$ și $0'u_C$) decalate în timp cu T_C și o axă a timpului, t . Pe axa orizontală se numerotează segmente $\Delta t < T_C$ cu începere de la originile $0'$ și 0 . Graficul funcției $\alpha_{12} U_0(t)$ este trasat în sistemul de axe $0'u$. Pe axa ordonatelor din stânga se fixează punctul corespunzător valorii instantanee a tensiunii pe capacitate, la momentul aplicării impulsului de tensiune, $u_C(0)$. Această valoare poate fi oricare din intervalul $(-U_v, +U_v)$ delimitat de valorile de vârf ale tensiunii alternative de serviciu.

Urmează operații succesive identice:

- Se unesc, printr-un segment, punctele corespunzătoare aceluiași moment, $u_C(0)$ și $0'$; pe acest segment se marchează un punct aflat la abscisa punctului 1 de pe axa $0'u_C$, deci aflat la Δt de originea 0 . Porțiunea întărită, corespunzătoare intervalului Δt , este primul segment al curbei $u_C(t)$.

- se unesc, printr-un segment, punctele corespunzătoare momentului t de pe curba $u_c(t)$ și t' de pe curba $\alpha_u U_0(t)$. Pe acest segment se marchează un punct aflat la abscisa punctului t' de pe axa $0u_c$, deci aflat la $2\Delta t$ de originea 0 . Porțiunea întărită, corespunzătoare noului interval Δt , este al doilea segment al curbei $u_c(t)$.

- Se repetă operațiile, avansând cu câte un interval Δt .

Confirmarea rezolvării grafice rezultă geometric.

Din triunghiul dreptunghic ABC, se exprimă $\tan\beta$:

$$\tan\beta = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\alpha_u U_0 - u_c}{T_c}. \quad (2.56)$$

Identitatea membrului stâng al (2.55) cu $\tan\beta$ (2.56) arată că segmentul AB este tangent la curba $u_c(t)$.

Astfel, curba $u_c(t)$ se construiește din segmente de tangentă. Cu cât intervalul Δt este mai mic, cu atât precizia de aproximare a funcției $u_c(t)$ este mai bună.

Exemplul 2: Determinarea tensiunii reziduale a unui descărcător cu rezistență variabilă

Se consideră schema din fig.2.16 în care un descărcător cu rezistență variabilă este conectat transversal în punctul nodal al liniilor.

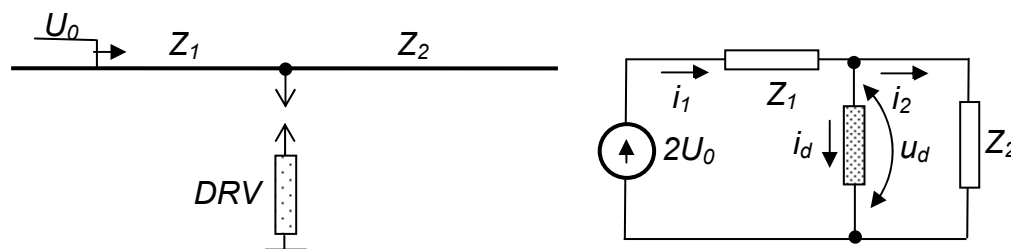


Fig.2.16 – Descărcător cu rezistență variabilă în punctul nodal

Schema echivalentă, valabilă după amorsarea DRV, este descrisă de ecuațiile:

$$2U_0 = Z_1 i_1 + u_d; \quad i_1 = i_d + \frac{u_d}{Z_2}. \quad (2.57)$$

Prin eliminarea curentului i_1 se obține:

$$2U_0 = Z_1 i_1 + \left(\frac{Z_2}{Z_1} + 1 \right) u_d; \quad \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} U_0 = \frac{Z_1 Z_2}{Z_2 + Z_2} i_d + u_d.$$

În final:

$$\alpha_u U_0 = \frac{Z_1 Z_2}{Z_2 + Z_2} i_d + u_d. \quad (2.58)$$

Pornind de la relația (2.58), se realizează construcția grafică din fig.2.17.

Se folosește un sistem de axe cu 4 cadrane. În primul cadran se reprezintă curba $\alpha_u U_0(t)$, al cărui grafic este cunoscut. În cadranul doi se trasează caracteristica tensiune curent a rezistenței neliniare $u_d(i)$ și dreapta $u = Z_1 Z_2 i_d / (Z_1 + Z_2)$, respectiv componentele termenului drept al (2.58). Cele două componente se însumează grafic, formând astfel membrul drept al relației.

Se consideră cunoscută tensiunea de amorsare a descărcătorului, U_{am} .

Se stabilește printr-un segment egalitatea celor doi membri ai relației (2.58) la momentul amorsării descărcătorului. În acel moment are loc scăderea tensiunii pe descărcător la nivelul tensiunii reziduale. Valoarea respectivă se trece în cadranul 1, delimitând primul segment al curbei $u_{rez}(t)$. Momentul respectiv de timp se rabate în cadranul 3, marcând originea curbei $i_d(t)$.

În continuare, pentru alte puncte de pe curba $\alpha_u U_0(t)$, se procedează identic. În cadranul 4 se marchează puncte (i_d, t) , translate din cadranele 3 și 1

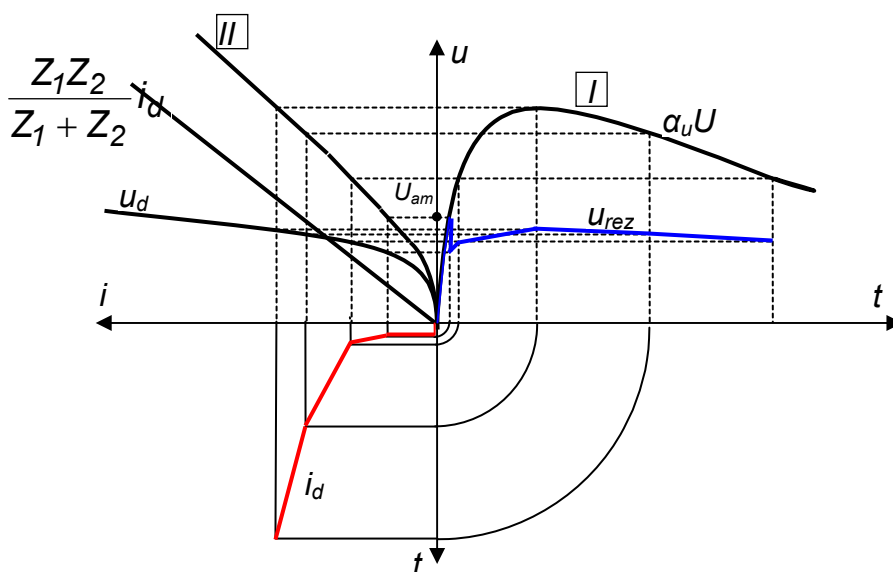


Fig.2.17 – Tensiunea reziduală pe descărcătorul cu rezistență variabilă